



Modeling of fluvial sedimentation through the application of Markov-chain processes

George Ajdanlijsky, Svetlozar Bakardziev

University of Mining and geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia, Bulgaria; E-mail: ajdanskyy@mgu.bg; zarcobak@mgu.bg

Key words: fluvial sedimentation, Markov chain analysis, stochastic modeling

Abstract. The Markov chain and processes analysis is applied in the sedimentological practice and contributes to: (i) grouping of the lithofacial assembles on the base of which to assume the settings and the processes of sedimentation, and (ii) to show up the manner in which the assemblages have been realized. This analysis is especially appropriate for distinction of the auto- and allocyclic trends in the development of the sedimentary successions.

Among the most favorable objects for similar type analysis are the fluvial deposits, in which the significant vertical and lateral variations in their structure are among the most frequently observed features. Their correct stratigraphical subdivision and facial modeling needs the expression of the cyclicity in them — from the elementary fluvial cycles, formed as a result of the lateral fluvial avulsion, to the mesoscale regional cycles, result of the development of the fluvial system after the change of its erosional basis till.

The most frequent applied method for processing of the data, obtained during the documentation of the fluvial successions of lithofacial transitions is those of the closed Markov chains, which is based on the development of matrix of the frequency of the observed lithofacial transitions (S), probability matrix of the casual lithofacial transitions (R), probability matrix of the lithofacial transitions (P) and differential matrix (D).

The closed Markov chains method is demonstrated on the base of data obtained after lithofacial logging of the profile of the Petrohan Terrigenous Group (Lower Triassic) near Cerovo village, Sofia district, where 10 lithofacial types and 243 lithofacial transitions are documented. On the base of the results of the differential matrix a diagram of the closed Markov chain is developed and the structure and the lithofacial transitions of the typical for the studied succession elementary fluvial cycle.

Моделиране на алувиална седиментация при използване на марковски процеси

Георги Айданлийски, Светлозар Бакърджиев

С основополагащия се труд Харбух и Бонъм-Картер (1974) въвеждат в геоложката практика т. нар. *марковски процеси и свойства*. В седиментоложката практика анализът на тези процеси допринася за: (i) групирането на литофациесите в ансамбли, посредством които може да се съди за условията и процесите на седиментонатрупване и (ii) изявата на закономерностите в реда, в който тези ансамбли се реализират (Miall, 1990). По тази причина анализът на марковските свойства и процеси е сред широко прилаганите методи за изучаване природата и характеристиките на цикличността в геоложкия запис. Според Veerbower (1964) този метод позволява разграничаването

на авто- и алоцикличните тенденции в развитието на седиментните последователности. Несъмнено, сред особено благоприятните обекти за подобен тип анализ са алувиалните отложения. Сред често наблюдаваните белези на този тип отложения са значимите вертикални и латерални вариации в техния строеж. Коректната им стратиграфска подялба и фациално моделиране изискват изявяването на закономерностите в техния строеж, сред които, безспорно, е цикличността — от елементарните алувиални автоцикли (ЕАЦ), формирани в резултат от отделните актове на хоризонталната миграция на главното речно русло, до мезомасштабни регионални

цикли, резултат от развитието на алувиална система от изменение на нивото на ерозионния ѝ базис до възстановяване профилът ѝ на равновесие. На основата именно на анализа на марковските свойства на данни от вертикално литофациално профилиране на съвременни и древни алувиални последователности са разработени многобройни модели на строежа на елементарните алувиални цикли. Всички те се основават на вероятностната статистическа оценка на вертикалните литофациални преходи.

В математическата статистика марковските процеси са обобщение на процесите с независими нараствания. В този аспект е валидно следното определение — твърдим, че процесът е марковски, ако бъдещето и миналото са независими при фиксирано настояще. Очевидно е, че използваният в геоложките изследвания поасонов процес е пример за марковски процес. Последният се гради върху следните дефиниции и свойства на веригите (последователностите) на Марков. При някой от матриците на преходните вероятности е възможно системата да остава „завинаги“ в някакво състояние, когато го достигне. Такова състояние се нарича „поглъщащо“, като понякога цял клас от състояния може да бъде поглъщащ — веднъж достигнат вече не може да бъде напуснат. Важно е да се знае, че поглъщащото състояние се достига в случаен момент във времето, като за тази конкретна верига разпределението му е геометрично. Състоянието в този пример е такова, че веднъж напуснато, то не може да бъде достигнато никога. Това състояние или клас състояния с това свойство наричаме *невъзвратни*. Когато в марковската матрица е наличие периодична смяна на стойностите, всъщност цялата вероятностна мярка е съсредоточена в няколко определени траектории, появявайки се от различни начални състояния, в зависимост от вектора на началните състояния. Предполага се, че поведението на такава верига е предсказуемо и се нарича *периодично*. Естествено е, че състоянията през които преминават геоложките процеси на алувиална седиментация образуват периодичен клас от състояния на преходи. Такъв клас е винаги поглъщащ, но може да бъде достигнат в случаен момент. Състояние, което не принадлежи към никой периодичен клас се нарича *аперидично*. Естествено, състоянията на веригата могат да бъдат частично наредени, като еквивалентните състояния образуват *клас* или *ансамбъл*. Когато от класа (ансамбъла) не може да се излезе, то класът е максимален в указаната частична наредба.

Най-често прилаганата методика за обработка на данни, получени при описание на алувиални последователности от литофациални преходи е тази на *затворените марковски последователности* (Девис, 1977). При нея анализът е едномерен, в термините на използвания форма-

лизъм — от първи ранг и при стъпка равна на единица. Задължително условие за използването на този анализ е прилагането на унифициран подход при изучаването и документацията на разрезите. Един наложил се през последните години подход е разработената от Miall (1978) номенклатура на континенталните потокови литофациеси, осигуряваща коректна интерпретация и моделиране на характера и динамиката на седиментационните процеси. Прилагането на тази номенклатура позволява нейното модифициране съобразно регионалната специфика на изследвания обект. Записът на литофациалните единици при нея се осъществява посредством абривиатури. От една страна абривиатурният подход на записване е много подходящ за полево описание и/или документация на разрези, от друга той позволява разнообразна математическа обработка на данните. При обработката на данните не се взима под внимание дебелината и морфологията на установените литофациални единици.

За изходен пункт при анализа на марковските последователности служат събраните при полево литофациално профилиране данни за броя и характера на наблюдаваните литофациални преходи между отделните литофациални единици в изучавания разрез. Данните за броя на литофациалните преходи са организирани в *матрица на честотата на наблюдаваните литофациални преходи (S)* за съответния разрез. В нея броят на преходите от предхождащия литофациес изграждат редовете (*i*), а броят на преходите в последващия го литофациес - колоните (*j*). Единичните елементи на матрицата, отразяващи броя на наблюдаваните преходи между две литофациални единици, са обозначени с f_{ij} . Дебелините на литофациалните единици не влияят на стойността на f_{ij} . Нулевият диагонал на тази матрица отразява преходите между еднакви литофациеси.

Освен вече описаните литофациални типове и разновидности, в началния етап на обработка на данните, към литофациалните последователности е добавен символ *E*, използван за обозначаване на ограничителни повърхности от 5^{-ти} ранг (по шестстепенната йерархична система на ограничителните повърхнини на Miall, 1990), представляваща основа на елементарни алувиални цикли. Ограничителните повърхности от 5^{-ти} ранг се формират при миграция на основния (*поглъщащия*) руслов канал, водеща до ерозия на вече формирани отложения.

От матрицата на честотата на наблюдаваните литофациални преходи (*S*) последователно са изведени три вероятностни матрици:

— *вероятностната матрица на класа на случайните литофациални преходи (R):* $r_{ij} = s_j / (t - s_j)$ за всяко $i \neq j$, където s_i и s_j са съответно сумите по редове и колони, а t е общия брой на наблюдаваните литофациални преходи;

– вероятностната матрица на литофациалния преход (**P**): $p_{ij}=f_{ij}/s_j$;

– диференциална матрица (**D**): $d_{ij}=p_{ij}-r_{ij}$.

Положителните стойности на елементите на диференциалната матрица (**D**) съответстват на съществените (детерминистично предсказуеми) литофациални преходи в изследваната последователност, а отрицателните стойности — на не съществените, невъзвратни в общия случай (случайните, нехарактерни) преходи.

Резултатите от диференциалната матрица (**D**) са представени графично — под формата на диаграма на преходите, демонстрираща съществените литофациални преходи от основата (левият край на диаграмата) към горницето (десният край на диаграмата) на характерния за разглежданото стратиграфско ниво ЕАЦ. При построяването на диаграмите се използват абривиатурите на литофациесите, въпреки че изграждането на всяка от блок-диаграмите трябва да започва със символ **E** (изобразяващ процеса на генериране на русловата структура — т.е. на ограничителна повърхност от 5^{-ти} ранг).

В зависимост от величината на положителните стойности на елементите на диференциал-

ната матрица (d_{ij}) преходите са дадени по три начина: с *плътна непрекъсната линия* — съществени литофациални преходи с висока стойност на d_{ij} ; с *непрекъсната линия* — съществени литофациални преходи с умерена устойчивост на d_{ij} ; и с *пунктирна линия* — съществени литофациални преходи със сравнително ниска устойчивост на d_{ij} . Стрелките указват реда на седиментационните събития. Един и същ литофациес може да присъства в няколко различни нива в ЕАЦ.

С цел илюстрация на гореизложената методика е представен един пример, основаващ се на литофациален профил на Петроханската теригенна група (долен триас), разработен при с. Церово, Софийско, в който са документирани общо 10 броя литофациални типа и 243 броя литофациални прехода (табл. 1).

По-долу последователно са дадени резултатите от математическата обработка на данните от таблица 1 — съответно матрицата на вероятността на случайните литофациални преходи (табл. 2), матрицата на вероятността на литофациалния преход (табл. 3) и диференциалната матрица (табл. 4).

Таблица 1. Матрица на честотата на наблюдаваните литофациални преходи (**S**)

| | Sm | Sp | Sh | E | Str | Fsc | Fl | Sl | Bbr | Sr |
|-----|----|----|----|----|-----|-----|----|----|-----|----|
| Sm | - | 3 | 2 | 0 | 1 | 10 | 4 | 3 | 0 | 1 |
| Sp | 5 | - | 5 | 4 | 5 | 2 | 11 | 3 | 0 | 1 |
| Sh | 1 | 4 | - | 3 | 0 | 2 | 6 | 5 | 0 | 0 |
| E | 6 | 10 | 3 | - | 15 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 |
| Str | 1 | 8 | 2 | 2 | - | 5 | 7 | 1 | 0 | 0 |
| Fsc | 6 | 2 | 0 | 13 | 1 | - | 5 | 1 | 0 | 3 |
| Fl | 2 | 4 | 5 | 18 | 1 | 7 | - | 2 | 1 | 0 |
| Sl | 2 | 4 | 4 | 0 | 1 | 0 | 5 | - | 0 | 0 |
| Bbr | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | - | 0 |
| Sr | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 1 | 0 | 0 | - |

Литофациални абривиатури: *Sm* — пясъчник, масивен; *Sh* — пясъчник, хоризонталнослоест; *Sp* — ясьчник, плоскопаралелно косослоест; *Str* — пясъчник, мулдовидно косослоест; *Sl* — пясъчник, нискогълно косослоест; *Sr* — пясъчник, дребномащабно косослоест (ребра от всички типове); *Fl* —финозърнести скали, слоести; *Fsc* — алевролити и аргилити; *Bbr* — преотложени палеопочвени материали (Brцckelbank breccia); *E* — ерозионна повърхност от 5^{-ти} ранг

Таблица 2. Матрица на вероятността на случайните литофациални преходи (**R**)

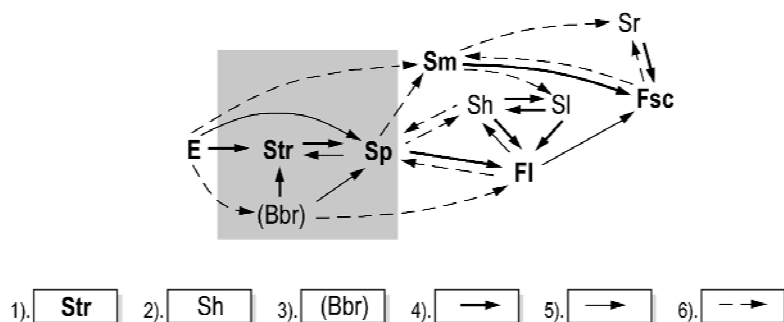
| | Sm | Sp | Sh | E | Str | Fsc | Fl | Sl | Bbr | Sr |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Sm | - | 0.164 | 0.095 | 0.183 | 0.118 | 0.146 | 0.182 | 0.073 | 0.014 | 0.027 |
| Sp | 0.111 | - | 0.101 | 0.193 | 0.125 | 0.155 | 0.193 | 0.077 | 0.014 | 0.029 |
| Sh | 0.104 | 0.162 | - | 0.180 | 0.117 | 0.144 | 0.180 | 0.072 | 0.014 | 0.027 |
| E | 0.113 | 0.177 | 0.103 | - | 0.128 | 0.157 | 0.197 | 0.079 | 0.015 | 0.029 |
| Str | 0.106 | 0.166 | 0.097 | 0.184 | - | 0.147 | 0.184 | 0.074 | 0.014 | 0.028 |
| Fsc | 0.108 | 0.169 | 0.099 | 0.189 | 0.123 | - | 0.188 | 0.076 | 0.014 | 0.028 |
| Fl | 0.113 | 0.177 | 0.103 | 0.197 | 0.128 | 0.158 | - | 0.079 | 0.015 | 0.029 |
| Sl | 0.101 | 0.158 | 0.093 | 0.176 | 0.115 | 0.141 | 0.176 | - | 0.013 | 0.026 |
| Bbr | 0.096 | 0.150 | 0.087 | 0.167 | 0.108 | 0.133 | 0.167 | 0.067 | - | 0.025 |
| Sr | 0.097 | 0.152 | 0.088 | 0.168 | 0.109 | 0.135 | 0.169 | 0.067 | 0.013 | - |

Таблица 3. Матрица на вероятността на литофациалния преход (P)

| | Sm | Sp | Sh | E | Str | Fsc | Fl | Sl | Bbr | Sr |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Sm | - | 0.125 | 0.083 | 0.0 | 0.042 | 0.417 | 0.167 | 0.125 | 0.0 | 0.042 |
| Sp | 0.139 | - | 0.139 | 0.111 | 0.139 | 0.056 | 0.306 | 0.083 | 0.0 | 0.28 |
| Sh | 0.048 | 0.191 | - | 0.143 | 0.0 | 0.095 | 0.285 | 0.238 | 0.0 | 0.0 |
| E | 0.15 | 0.25 | 0.075 | - | 0.375 | 0.025 | 0.025 | 0.025 | 0.05 | 0.025 |
| Str | 0.038 | 0.308 | 0.077 | 0.076 | - | 0.192 | 0.269 | 0.038 | 0.0 | 0.00 |
| Fsc | 0.194 | 0.064 | 0.0 | 0.419 | 0.032 | - | 0.161 | 0.032 | 0.0 | 0.097 |
| Fl | 0.05 | 0.1 | 0.125 | 0.45 | 0.025 | 0.175 | - | 0.05 | 0.025 | 0.0 |
| Sl | 0.125 | 0.25 | 0.25 | 0.0 | 0.063 | 0.0 | 0.312 | - | 0.0 | 0.0 |
| Bbr | 0.00 | 0.33 | 0.0 | 0.0 | 0.667 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | - | 0.0 |
| Sr | 0.00 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.833 | 0.167 | 0.0 | 0.0 | - |

Таблица 4. Диференциална матрица (D)

| | Sm | Sp | Sh | E | Str | Fsc | Fl | Sl | Bbr | Sr |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Sm | - | -0.039 | -0.013 | -0.183 | -0.077 | 0.271 | -0.016 | 0.052 | -0.014 | 0.014 |
| Sp | 0.028 | - | 0.037 | -0.082 | 0.013 | -0.099 | 0.112 | 0.006 | -0.015 | -0.001 |
| Sh | -0.056 | 0.028 | - | -0.037 | -0.117 | -0.049 | 0.106 | 0.166 | -0.014 | -0.027 |
| E | 0.037 | 0.073 | -0.028 | - | 0.247 | -0.133 | -0.172 | -0.054 | 0.035 | -0.005 |
| Str | -0.067 | 0.142 | -0.019 | -0.107 | - | 0.045 | 0.085 | -0.035 | -0.014 | -0.027 |
| Fsc | 0.085 | -0.105 | -0.099 | 0.231 | -0.09 | - | -0.027 | -0.043 | -0.014 | 0.068 |
| Fl | -0.063 | -0.077 | 0.023 | 0.253 | -0.103 | 0.017 | - | -0.029 | 0.01 | -0.029 |
| Sl | 0.024 | 0.091 | 0.157 | -0.176 | -0.052 | -0.141 | 0.136 | - | -0.013 | -0.026 |
| Bbr | -0.096 | 0.183 | -0.087 | -0.167 | 0.558 | -0.133 | -0.167 | -0.067 | - | -0.025 |
| Sr | -0.097 | -0.152 | -0.088 | -0.168 | -0.109 | 0.698 | -0.002 | -0.067 | -0.013 | - |



Фиг. 1. Диаграма на литофациалните преходи: 1) преобладаващ (като честота на развитие) литофациес; 2) литофациес с умерено присъствие; 3) литофациес със спорадично присъствие; 4) литофациален преход с относително висока положителна стойност в диференциалната матрица; 5) литофациален преход с относително умерена положителна стойност в диференциалната матрица; 6) литофациален преход с ниска положителна стойност в диференциалната матрица

На основата на резултатите от диференциалната матрица е разработена диаграма на затворените марковски последователности (фиг. 1), представяща строежа и литофациалните преходи в характерния за изследваната последователност елементарен алувиален цикъл.

За основа на цикъла служи ерозионна повърхност от 5^{-та} ранг. Покриващият тази повърхност

руслов комплекс (маркиран в сиво) е представен предимно от косослоести (плоскопаралелно и мулдовидно) пясъчници, докато прирусловият и заливнотерасов комплекс, изграждащ горната част на ЕАЦ, се характеризира основно от развитието на финозърнести хипоскали, алевролити и мергели и в по-малка степен от пясъчници.

Литература

Девис, Дж. 1977. *Статистика и анализ геологически данни*. М., Мир, 571 с.
Харбух, Дж., Г. Бонэм-Картер. 1974. *Моделирования на ЕВМ в геологии*. М., Мир, 319 с.
Beerbower, J. R. 1964. Cyclothems and cyclic depositional mechanisms in alluvial plain sedimentation.

— In: Merriam D. (Ed.). *Cyclic Sedimentation*. Geol. Surv. Kansas Bull., 169, 31–42.
Miall, A. D. 1978. Lithofacies types and vertical profile models in braided rivers deposits: a summary. — In: Miall, A. D. (Ed.). *Fluvial Sedimentology*. Canad. Soc. Petrol. Geol., Memoir 5, 597–604.
Miall, A. D. 1990. *Principles of Sedimentary Basin Analysis*. New York, Springer-Verlag, 668 p.