НАЦИОНАЛНА КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ГЕОФИЗИКА
20 години Дружество на геофизиците в България
София, 17 декември 2010 г.

Оптимизация на двумерни гравитационни модели в MATLAB среда

Християн Цанков[1], Ради Радичев[2]

[1,2]Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски", 1700 София, [1]ch.tzankov@gmail.com, [2]radirad@abv.bg

Ключови думи: интерпретация; гравитационни аномалии; оптимизация на модели; MATLAB.

Optimization of 2D gravity models in MATLAB environment
Christian Tzankov, Rafi Radichev
The article presents the developed GRAVG-2Ds program elaborated to interpret gravity anomalies in MATLAB environment. The complexity of the problem is being reduced by describing the anomalous bodies with minimal number of parameters and establishing simple connection between the parameters and the anomalous gravity field. The programs and algorithms developed for computing the 2D gravity anomalies are based on the approximation of the bodies' vertical section outline to a polygon on which sides the gravity potential is distributed (Talwani, 1965).

Въведение

Ефективното използване на изчислителната техника, съвместно със съвременни програмни продукти и/или собствен код за решаване на правата и обратна геофизична задача е от голямо значение за постигането на положителни резултати при интерпретацията на геофизичните данни. В статията е представена разработената програма GRAVG-2Ds за интерпретация на гравитационни аномалии в MATLAB среда. Изчислителната сложност на задачата може да бъде редуцирана с избора на подходяща апроксимация на смущаващите тела така, че те да се описват достатъчно точно с неголям брой параметри при проста връзка между параметрите и аномалното поле (Ставрев и Радичев, 1989). В двумерните задачи най-големи удобства предлага апроксимацията на сечението на телата към многоъгълната форма (Talwani, 1965; Мудрецовой, 1981). Този начин за описване на смутителите е залегнал в основата на разработените алгоритми (Ставрев, 1985) и програми за изчисляване на двумерни гравитационни аномалии разгледани по-нататък.

1. Кратко описание на програмната система MATLAB

MATLAB е диалогова програмна система за научно-технически пресмятания и визуализация на получените резултатите. Тя интегрира в себе си възможности за аналитични преобразувания, числени пресмятания и графично представяне на получените резултати. Ориентирана е към работа с масиви от данни – вектори, матрици, многомерни масиви, масиви от клетки и масиви от записи, откъдето идва и наименованието MATLAB – MATrix LABoratory. За разлика от обикновените "скаларни" езици от типа на C и FORTRAN, при които операциите с масиви често се реализират чрез организиране на цикли, системата MATLAB позволява с един единствен оператор да се извършват едновременно действия над всички елементи на даден масив, като по този начин в редица ситуации тази необходимост отпада.

В системата MATLAB са вградени функции за решаване на основни задачи от линейната алгебра и числения анализ, за обработка на експериментални данни, за двумерна и тримерна графика и др. Ядрото на системата непрекъснато се допълва с пакети приложни програми, наречени инструменти (toolboxes), решаващи проблеми в определени области на науката и техниката (Тончев, 2007, 2009).

Един такъв инструмент представлява модулът за оптимизация (Optimization Toolbox). Вградените в него алгоритми дават възможност за решаване на задачи свързани с принудени и непринудени сигнали, дискретни и непрекъснати множества и др. Включени са функции за решаване на задачи от линейното, квадратичното и двоичното целочислено програмиране, нелинейната оптимизация с методите на най-малките квадрати, системи нелинейни уравнения, многообектова оптимизация и др.

2. Решаване на обратната гравиметрична задача по метода на регуляризацията

2.1. Описание на приложената методика

Основни методи за решаване на обратната гравиметрична в рамките на зададен вид модел са методът на подбора и методът на регуляризацията. На практика се осъществява съвместно прилагане на двата метода с получаване на приближено устойчиво квазирешение на задачата (Страхов, 1973, Радичев, 1988, Ставрев, 2009).

Параметрите на модела, съставен от няколко тела с многоъгълна форма (брой тела, брой страни на телатата), в рамките на които се извършва оптимизацията се контролират изцяло от интерпретатора.

При конкретния подход за решаване на обратната гравиметрична задача се обособяват следните три етапа на оптимизация:

Първи етап – Начална оптимизация

При решаване на двумерния вариант на обратната гравиметрична задача едно много удобно моделно представяне на материнските тела е чрез използването на комбинации от безкрайни хоризонтални нишки. Такива модели са изключително гъвкави, защото могат да опишат всякакви тела с произволно по форма сечение (Зидаров и др., 1990).

По аномалните стойности Δg на интерпретирания гравиметричен профил X, автоматично се определя x-координатата ($x_{\max}$) на максимума на аномалията $\Delta g_{\max}$. Дълбочината h на материалната линия се определя най-лесно като се използва точката $x_{1/2}$ от профила X, в която кривата има стойност $\Delta g = {}^1\!/_2\,\Delta g_{\max}$ (Димитров, 1976). Дълбочината се определя по профила X от разликата $h = \left| x_{\max} - x_{{}^1\!/_2\max} \right|$.

След определянето на h от горното уравнение се намира масата λ на единица дължина от материалната линия по формулата:

$$\lambda = \frac{\Delta g_{\max} h}{2G},$$

а от връзката $\lambda = \pi R^2 \rho_{еф}$ се определя радиусът R_c на цилиндъра.

По така намерените стойности за $x_{\max}$ и h се създава първо приближение, апроксимиращо аномалното поле с модел на безкрайна хоризонтална нишка с координати $x_c = x_{\max}$, $z_c = h$ и радиус R_c. Спрямо тези три параметъра, моделът се оптимизира по метода на Левенберг-Марквард като за критерий на степента на апроксимация е избрана сумата от квадратите на разстоянията между входните и оптимизираните данни $F(q)$. При необходимост и по своя преценка интерпретаторът може да добавя допълнителни или премахва добавените хоризонтални нишки в модела.

Създадения при решаване на обратната гравиметрична задача нишков модел, заедно с радиусите на кореспондиращите цилиндрични тела, дават начална представа за пространственото разпределение на масовите центрове в разреза и съответстващата им радиална област на влияние (Фиг. 1).

Втори етап – Интерактивна оптимизация

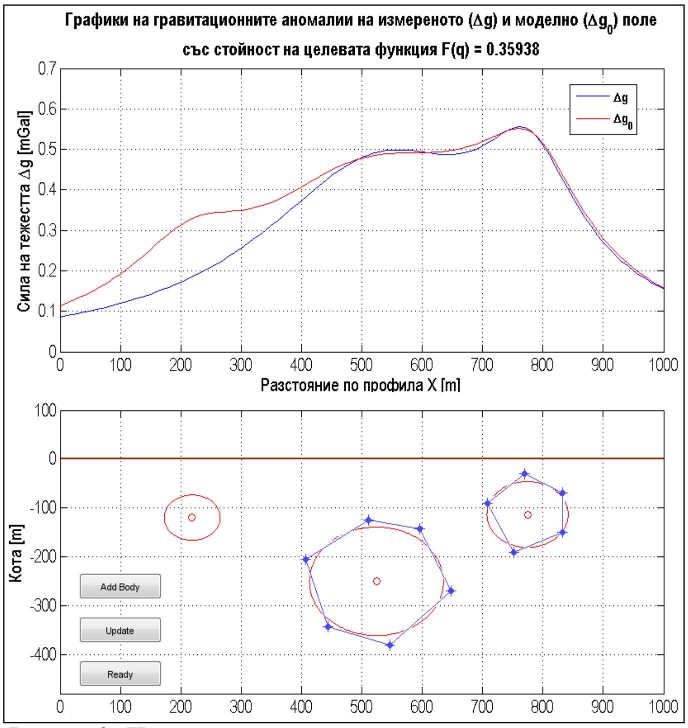
При интерактивната оптимизация, главната роля за минимизиране разликите между измерената и моделната аномалии се пада на интерпретатора.

В диалогов режим на екрана на компютъра се визуализират измерената аномалия и резултатите от началната оптимизация. С помощта на мишката операторът свободно добавя многоъгълни тела с произволен брой страни (Фиг. 1). Формата на телата и броят на страните могат да бъдат променяни неограничен брой пъти. При осъвременяване на модела с помощта на съответния бутон, се изчислява полето на моделните източници и се сравнява с измереното. По този начин се осигурява пълен контрол на интерпретатора върху създаването на достатъчно близко до реалните смутители първо приближение на модела q_0. Отново за критерий се използва стойността на целевата функция $F(q)$.

Трети етап – Автоматизирана оптимизация

Оптимизираните в режим на автоматизиран подбор параметри включват неизвестните геометрични параметри на модела (координатите a_i и b_i на ъгловите точки на телата). Основно значение за надеждността на полученото решение има правилното задаване на стойностите на ефективната плътност $\rho_{еф}$ на модела.

Съществена част от процедурите е свързана с изчисляване на производните на целевата функция $F(q)$ по всеки оптимизиран параметър, което налага извършването на



Фигура 0. Изглед от програмата в режим на интерактивно заменяне на оптимизирания нишков модел с минимизиран такъв съставен от звездовидни тела

многократно решаване на правата гравиметрична задача.

Оптимизацията на модела се извършва с помощта на някои модифицирани за целите на решаването на обратната гравиметрична задача подпрограми и алгоритми включени в Оптимизационния модул на MATLAB. Автоматизираната апроксимация на експерименталните данни g_k към зададените стойности се осъществява чрез избор на един от следните три, основаващи се на метода на най-малките квадрати, минимизиращи метода:

Гаус-Нютонов метод (GN) – метод, притежаващ високо бързодействие, но способност за локална сходимост.

Метод Левенберг-Марквард (LM) – Този метод, характеризиращ се с диференциални авторегуляризиращи свойства, се е наложил като най-подходящ в досегашната геофизична практика.

Метод на доверителната област (TR) – оптимизацията се извършва в рамките на вътрешно изчислена или предварително определена област на допустимите решения, която в зависимост от получените резултати се разширява или свива (More, 1983). Търсенето на глобалния минимум се извършва по начин принципно идентичен с този в горните два метода (Roberto, 2001).

В допълнение към методите с допустима област са разработени три допълнителни регуляризиращи оператора (*RO1, RO2* и *RO3*). С тези оператори се цели осигуряване на стабилност на модела изграден от звездовидни тела.

2.2. Оценка на резултатите

Параметрите на началния модел q_0 се определят при предварително зададена постоянна ефективната плътност $\rho_{еф}$. Разстоянието между синтетичния и оптимизирания модел q и q_k се определя чрез модула на разликовия вектор, т.е. $d_Q\left(q,q_k\right)=\left|\vec{q}-\vec{q}_k\right|$.

Същевременно, при решаването на обратната задача се търси такова решение, за което моделът q_k да минимизира разстоянието $d_G\left(g,g_k\right)=\left|\vec{g}-\vec{g}_k\right|$ или неговия квадрат, т.е. да се реши задачата:

$$F\left(q\right)=\sum_{i=1}^{m}\left[\overline{g_i}-g_i\left(q\right)\right]^2=\min .$$

Друг използван критерии за близост между измерената и моделната функция е средноквадратичната грешка между двете полета изчислена по формулата:

$$\Sigma=\pm\sqrt{\frac{F(q)}{2n}} .$$

Последният използван критерий за устойчивост на решението е площното застъпване S_{OL} на сечението на източника S_{MOD} и оптимизирания модел S_{OPT} изчислено в проценти с израза

$$S_{OL}^{\%}=\frac{S_{MOD}+S_{OPT}-1}{S_{ALL}}.100\% ,$$

където S_{ALL} е площта, затворена в общия контур на двата модела (Цанков, 2010).

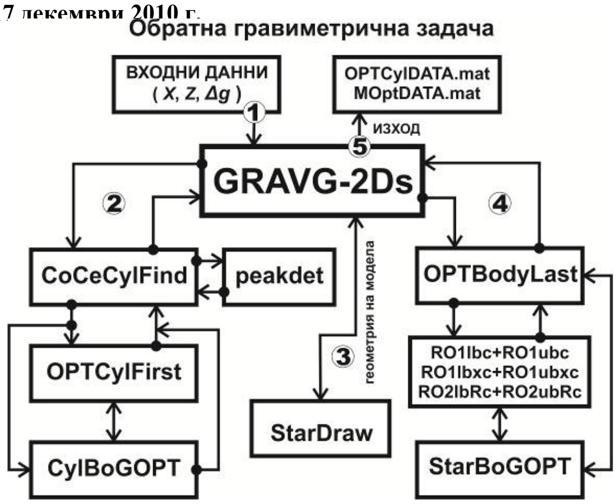
Таблица 1. Стойности на някои критерии, показващи резултатите от оптимизацията на различни по форма модели при различни степени на шума във входните данни

	Модел:	**Четириъгълник**			**Шестоъгълник**			**Осмоъгълник**		
Шум	**Опт. метод**	***d_Q* [m]**	***F(q)* [mGal^2]**	***S_{OL}* %**	***d_Q* [m]**	***F(q)* [mGal^2]**	***S_{OL}* %**	***d_Q* [m]**	***F(q)* [mGal^2]**	***S_{OL}* %**
0%	GN	0.0	8.714E-13	100%	0.0	1.124E-12	100%	254.7	2.910E-06	-
	LM	2.8	4.063E-09	97%	9.5	1.505E-09	95%	101.6	2.368E-09	-
	TR	24.0	5.366E-07	84%	7.0	1.814E-08	93%	61.9	2.276E-07	-
	TR+RO3	5.5	2.912E-07	93%	7.6	1.268E-08	93%	27.6	3.128E-07	80%
3%	GN	79.3	2.392E-03	66%	4.8	2.043E-03	87%	55.0	4.309E-03	57%
	LM	38.7	2.312E-03	64%	153.8	1.525E-03	75%	350.7	2.252E-03	72%
	TR	55.6	2.313E-03	66%	40.2	1.525E-03	73%	352.5	2.232E-03	66%
	TR+RO3	3.5	2.319E-03	70%	14.3	1.528E-03	80%	32.0	2.256E-03	66%
7%	GN	32.3	1.012E-02	63%	5.3	1.135E-02	91%	108.2	1.358E-02	57%
	LM	32.4	1.012E-02	63%	11712320.7	9.306E-03	-	7097.4	9.514E-03	-
	TR	32.4	1.012E-02	63%	61.3	9.319E-03	38%	6.7	9.313E-03	-
	TR+RO3	30.1	1.015E-02	70%	25.5	9.541E-03	78%	27.3	9.993E-03	69%

3. Кратко описание на програмите за решаване на обратната гравиметрична задача

Пакетът от програми и подпрограми разработени за решаване на правата и обратна гравиметрични задачи е създаден в софтуерната среда за програмиране MATLAB.

След прочитане на входните данни от предварително създаден текстов файл (Фиг. 2), програмата **GRVAG-2Ds** ги подава към **CoCeCylFind** – програма за оптимизиране на нишкови модели, която чрез подпрограма **peakdet** (Billauer, 2008) локализира екстремните точки на интерпретираната гравитационна аномалия, с помощта на които се изчислява първото приближение на нишковия модел. Данните за модела се оптимизират от програмата **OPTCylFirst**, която използва програмата за изчисляване полето на нишкови модели **CylBoGOPT** и модификация на оптимизационната MATLAB подпрограма **lsqcurvefit**. Оптимизационната процедура може да бъде повтаряна многократно от оператора, който по своя преценка добавя или премахва нишки към интерпретирания модел (начална оптимизация).



Фигура 2. Структурна схема на процедурата за решаване на обратната гравиметрична задача

В управляван от интерпретатора интерактивен режим, осъществяващ циклична връзка между изчислителната програма **GRVAG-2Ds** и програмата за чертане на звездовидни тела **StarDraw**, нишковият модел се заменя с ръчно минимизиран такъв, състоящ се от произволни по брой и форма звездовидни тела (интерактивна оптимизация).

Получения начален модел q_0 се оптимизира с помощта на програмата **OPTBodyLast**, която след избор на подходящ алгоритъм и регуляризиращ оператор (**RO1c**, **RO1xc** и **RO2Rc**, предотвратяващи пресукване и фиксиращи геометричния център на телата), използвайки подпрограмите **StarBoGOPT** и **lsqcurvefit** минимизира функционала $F(q)$ (автоматизирана оптимизация).

Резултатите от решението на обратната гравиметрична задача се визуализират и съхраняват във файл, включващ данни за измереното и моделното поле, разстоянието между тях, брой итерации, геометричните параметри на моделите, моделните ограничения и т.н.

Заключение

Разработени са подпрограми и програма GRAVG-2Ds за решаване на права и обратна, двумерна гравиметрична задача. Програмата и комплектът подпрограми са написани в MATLAB среда.

На базата на проведени тестове се констатира, че създадените алгоритми и програми са технически и математически изправни. Това дава основание да заключим, че получените при работа с програма GRAVG-2Ds гравиметрични резултати са издържани от геофизична гледна точка.

Литература

Димитров, Л. В. 1976. Гравипроучване. С., Техника, 294 с.

Зидаров, Д., Авдев, С., Дамянов, Д. 1990. Възможности за приложение на минимизационни методи при количествена интерпретация на двумерни гравитационни аномалии с използване на персонални компютри. - Методи и технологии за търсене на минерални суровини. С., Техника, 301-306.

Мудрецовой, М. (редактор) и научный коллектив. 1981. Гравиразведка - Справочник геофизика. М., Недра, 398 с.

Радичев, Р. 1988. Интерпретация гравитационных аномалий с использованием метода регуляризации. Диссертация на соиск. уч. степ. канд. физ.-мат. наук, М., 163 с.

Ставрев, П. 1985. Комплект подпрограми и програми за моделиране на двумерни гравитационни и магнитни аномалии. – Год. ВМГИ, 31, св. 4, 31-40.

Ставрев, П., Р. Радичев. 1989. Алгоритми и програми за интерпретация на магнитни и гравитационни аномалии с 2½-мерни модели. – Год. ВМГИ, 35, св. 3, 27-37.

Ставрев, П. 2009. Методи за решаване на некоректни задачи в геофизиката. С., Изд. „Св. Ив. Рилски", МГУ, 152 с.

Страхов, Н. А. 1973. Некоторые численные методы решения прямой задачи гравиразведки для слоистых сред. – Изв. ВУЗ, Геол. и разв., 10, 140-150.

Тончев, Й. 2007. MATLAB: Преобразувания, изчисления, визуализация. Част I. С., Техника, 220 с.

Тончев, Й. 2009. MATLAB: Преобразувания, изчисления, визуализация. Част III. С., Техника, 333 с.

Цанков, Хр., Радичев, Р. 2010. Алгоритми и програми за интерпретация на двумерни гравитационни аномалии в МАТЛАБ среда. – Год. МГУ, 53, св. 1, 174-181.

Billauer, E. 2005. PEAKDET Detect peaks in a vector. http://www.billauer.co.il/peakdet.html

More, J., Sorensen, D. 1983. Computing a trust region step. SIAM J. Sci. Comput., Vol. 4, No. 3, 553-572.

Roberto A., Moraes, V., Hansen, R. 2001. Constrained inversion of gravity fields for complex 3-D structures. - Geophysics, Vol. 66, No. 2, 501–510.

Talwani, M. 1965. Computation with the help of a digital computer of magnetic anomalies caused by bodies of arbitrary shape. - Geophysics, Vol.30, No. 5, 797-817.